

"Трактат о гномоне"

"Трактат о гномоне" (*Чжоу би*) – древнейший китайский математический текст. Его составление относят ко времени между –1000 и –100 гг. Астрономическую часть трактата датируют, по косвенным соображениям, –VII - –VI вв.

Первым известным комментатором трактата был математик +III века *Чжао Цзюньцин*. Следующие комментаторы – *Чжэнь Луань*, современник династии Северная Чжоу (557 - 581 гг.), *Ли Чуньфэн*, современник династии Тан (618 - 907 гг.). В эпоху *Тан*, когда математика была выделена как самостоятельный предмет, *Чжоу би* вошел в "Десятикнижие", сборник основных математических текстов.

"Трактат о гномоне" состоит из двух свитков (*цзюаней*). В первом записана беседа *Чжоу гуна*, брата первого императора династии Чжоу (–XI в.), с сановником *Шан Гао*, "весьма искусным в математике". Во втором – беседа *Чэнь цзы* с его учеником *Жун Фаном*. Первый свиток посвящен математическим вопросам. В нём упоминается первая пифагорейская тройка (3, 4, 5); приводится теорема Пифагора в применении к этой тройке; рассматривается использование угольника (прямоугольного треугольника) для решения практических задач. Во втором свитке рассматриваются астрономические вопросы, *иньский* календарь, космологическая теория *гай-тянь* ("небо-покрывало").

Название трактата, "Чжоу би" (*би* – шест для измерения тени; гномон) объясняется так. *Жун Фан* спрашивает: "Что такое "Чжоу би"?" *Чэнь цзы* отвечает: "В древности правители построили [город] *Чжоу*, это число [8 *чи*, длина шеста - *би*] происходит из династии *Чжоу*, поэтому этот шест называется *Чжоу би*". *Чжоу* – столица династии Чжоу, позже г. Лоян. *Чи* – единица измерения, примерно 1/3 метра.

Теорема Пифагора, частный случай которой упоминался в "Трактате о гномоне", доказывалась в комментарии *Чжао Цзюньцина*. Она называлась там "метод *гоу-гу*"; *гоу* - меньший, *гу* - больший катет прямоугольного треугольника. Задачи на подобие, использующие прямоугольный треугольник подробнее рассматривались *Чжао* и другими китайскими математиками. *Чжао* также приводил (словесно описанные) геометрические методы решения квадратных уравнений и сводящихся к ним задач, связанных с прямоугольными треугольниками, соответствующие греческой *геометрической алгебре – приложению площадей*.

"Трактат о гномоне" (Чжоу би) (первый свиток; перевод Яо Фан)

"Некогда Чжоу гун спросил Шан Гао: "Говорят, Вы разбираетесь в вычислениях? Но ведь не существует лестницы, поднимающейся к Небу и нельзя измерить размеры Земли с помощью чи и цуней¹. Скажите, как же тогда были получены нужные числа?"

Шан Гао ответил: "Методы вычислений происходят из круга и квадрата. Круг происходит из квадрата, квадрат происходит из угольника², угольник происходит [из таблицы умножения] "девятью девять - восемьдесят один"^{3а}) (здесь и далее буквами обозначаются ссылки на комментарий Чжао Цзюньциня).

[Если] начертить угольник, взяв [меньший катет] *гу* равным 3, [большой катет] *гоу* равным 4 [то] гипотенуза будет 5. Строим снаружи квадраты [на сторонах треугольника]. Соединим концы, получим 3, 4, 5^б). Величина угольников 25, это и есть площадь [двух] угольников. С помощью этих методов Юй управлял Поднебесной^{3 в}).

Чжоу гун говорит: "Как хорошо Вы выразили [методы] вычисления. [Теперь] скажите, как пользоваться угольником?"

Шан Гао ответил: "Положим одну сторону угольника горизонтально, чтобы [стороной угольника] проверить: является ли линия прямой. Поместим сторону угольника вверх- вертикально – измерим высоту. Поместим сторону угольника вниз- вертикально – измерим глубину. Поместим сторону угольника горизонтально – измерим расстояние между точками⁴. [Зафиксируем точку] угольника, вращаем его – получаем круг. Два угольника вместе составляют один квадрат"^г).

Квадрат – Земля, Круг – Небо. Небо круглое, Земля квадратная^д).

Квадрат это основа, из него получается круг.

Дождевой шапкой можно описать Небо. Цвет Неба – черно-синий, цвет Земли – желто-красный. Небо как дождевая шляпа, его наружность черно-синяя, внутри – желто-красная.

¹ Чи и цунь - единицы измерения. Чи= 1/3 метра. Цунь= 1/10 чи.

² То есть, квадрат строится с помощью угольника. "Круг из квадрата" - видимо, построение круга с помощью угольника, что описано далее в "Трактате", либо измерение круга через квадрат, о чём говорится в комментарии Чжао.

³ Император Юй, основатель полумифической династии Ся; культурный герой, которому приписывается устранение результатов потопа, восстановление нормальной жизни после него – осушение разлившихся рек и т.д. В данном трактате ему приписано ещё и владение некоторыми математическими знаниями.

⁴ Эти формулировки, очевидно, содержат в себе указание на использование метода подобия, для определения высот и глубин объектов; что обосновывает слова Чжао о применении угольника Юйем на практике.

Тот кто знает [теорию] Земли умён. Тот, кто знает [теорию] Неба совершенномудрый.

Ум происходит из катета *гоу*⁶⁾. [Катет *гоу*] происходит из угольника. Вычисленное угольником верно для любой вещи.

Чжоу гун сказал: "согласен с Вами".

Комментарии Чжао Цзюньцзя

А. "Если диаметр круга равен 1, то длина его окружности равна 3. Если сторона квадрата равна 1, то его периметр равен 4. Можно разрезать круг, выпрямив его как [меньший катет] *гоу* прямоугольного треугольника, расправить квадрат как [большой катет] *гу* прямоугольного треугольника. Если соединить концы, то гипотенуза будет равна 5. Это и есть связь между кругом и квадратом⁵. Поэтому говорят: "Числовые методы происходят из круга и квадрата". Круг и квадрат - это образы Неба и Земли, а также символы *Инь* и *Ян*. Чжоу гун спрашивает Шан Гао о теории чисел Неба и Земли. Шан Гао в ответ говорит о круге и квадрате, чтобы указать их (Неба и Земли) формы, нечётными и чётными числами объясняет их вычисления. Вопрос и ответ глубоки. Числа, касающиеся круга, можно получить из квадрата. Квадрат происходит из угольника⁶. Угольник имеет ширину и длину, нужно знать методы умножения и деления. [Треугольная таблица умножения] "девятью девять - восемьдесят один" - источник знания умножения и деления".

Б. "Метод *гоу* и *гу*: два числа рожают третье, имея [катеты] *гоу* и *гу*, вычисляется гипотенуза"⁷.

В. "Юй боролся с наводнениями так: смотрел на формы гор и рек и определял глубины и высоты. Покорение гор и обуздание рек было осуществлено благодаря методу *гоу-гу*"⁸.

⁵ Представление у Чжао меньшего катета как длины *окружности* (3), а большего катета как периметра *квадрата* (4) аналогично популярному в пифагореизме, соотнесению этих катетов с: *мужским* (3) и *женским* (4) началами; притом порождающим, в результате их соединения в треугольник, третий элемент, гармонизирующий их – гипотенузу (5). В платонизме треугольник (3,4,5) символизировал "брак", а также порождение Космоса из двух противоположностей - порождение гипотенузы двумя катетами/квадрата гипотенузы из квадратов катетов. Таким образом, древнекитайские рассуждения, связанные с треугольником (3, 4, 5) оказывается удивительно созвучными пифагорейско-платоническим.

⁶ т.е. квадрат строится с помощью угольника; см. замечание выше

⁷ Очевидно, что комментатор (Чжао) понимает это место трактата как формулировку правила вычисления гипотенузы по катетам, т.е. как теорему Пифагора.

Далее в комментарии Чжао дается доказательство теоремы Пифагора, с помощью использования (словесно описанного) "архитектурного чертежа". Такое доказательство встречается у индийского математика Бхаскары (VI в.). В Европе это доказательство встречается впервые у Валлиса (XVII вв.). У Эвклида приведено более сложное доказательство.

Далее комментатор дает геометрический метод решения квадратных уравнений.

Г. "Угольник используют и для измерения вещей, и для построения круга, и для составления квадрата, [поэтому] угольник является универсальным объектом".

Д. "Это относится к принципам *Инь* и *Ян*, а не к настоящим Небу и Земле. Небо и Землю нельзя увидеть полностью, как же мы можем говорить, что они круглые и квадратные?"

Е. "Катет *гоу* есть тень [вещей]. Из рассмотрения катета *гоу* мы узнаем высоту и длину вещей, поэтому говорится: ум происходит из [катета] *гоу*"⁹.

⁸ Очевидно, что комментатор (Чжао) понимает это место трактата как использование угольника для определения высот (гор) и глубин (рек), с помощью метода подобия. Мнение комментатора обосновано нижеследующими строками трактата.

⁹ Фразу *ум происходит из катета гоу* "Трактата" и комментарий к ней Чжао можно понимать: "математика развивает ум".